

ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
СРЕДНЯЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ШКОЛА № 427
КРОНШТАДТСКОГО РАЙОНА САНКТ-ПЕТЕРБУРГА

РАССМОТРЕНО
на заседании
методического объединения
Протокол № 3 от
23.08.2024

ПРИНЯТО
на Педагогическом
совете
Протокол № 10
от 26.08.2024

УТВЕРЖДАЮ
Директор ГБОУ СОШ № 427
Емельянова А.М.
Приказ № 239 от 26.08.2024

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
курса внеурочной деятельности
«Математика для каждого»
7 – 9 классы

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Программа внеурочной деятельности ориентирована на рассмотрение отдельных вопросов математики, которые входят в содержание государственной итоговой аттестации по математике за курс основной школы. Программа дополняет и развивает школьный курс математики, а также является информационной поддержкой дальнейшего образования в старшей школе и ориентирована на удовлетворение образовательных потребностей школьников, их аналитических и синтетических способностей. Основная идея программы внеурочной деятельности заключена в расширении и углублении знаний учащихся по некоторым разделам математики, в обеспечении прочного и сознательного овладения учащимися системой математических знаний и умений, необходимых при сдаче выпускного экзамена.

В процессе освоения содержания программы ученики овладевают новыми знаниями, обогащают свой жизненный опыт, получают возможность практического применения своих интеллектуальных, организаторских способностей, развивают свои коммуникативные способности, овладевают общеучебными умениями. Освоение предметного содержания программы и сам процесс изучения его становятся средствами, которые обеспечивают переход от обучения учащихся к их самообразованию.

Освоение программы предполагает обеспечение положительной мотивации учащихся на повторение ранее изученного материала, выделение узловых вопросов курса, предназначенных для повторения, использование схем, моделей, опорных конспектов, справочников, компьютерных тестов (в том числе интерактивных), самостоятельное составление (моделирование) тестов аналогичных заданиям ОГЭ.

Методологической основой предлагаемой программы является деятельностный подход к обучению математике. Данный подход предполагает обучение не только готовым знаниям, но и деятельности по приобретению этих знаний, способов рассуждений, доказательств. В связи с этим в процессе изучения курса учащимся предлагаются задания, стимулирующие самостоятельное открытие ими математических фактов, новых, ранее неизвестных, приемов и способов решения задач.

Актуальность программы обоснована введением ФГОС ООО, а именно ориентирована на выполнение требований к содержанию внеурочной деятельности школьников, а также на интеграцию и дополнение содержания предметных программ. Программа педагогически целесообразна, ее реализация создает возможность разностороннего раскрытия индивидуальных способностей школьников, развития интереса к различным видам деятельности, желания активно участвовать в продуктивной деятельности, умения самостоятельно организовывать свое свободное время.

Цель программы: создание условий, обеспечивающих интеллектуальное развитие личности школьника на основе развития его индивидуальности; создание фундамента для математического развития, формирование механизмов мышления, характерных для математической деятельности.

Задачи программы:

- пробуждение и развитие устойчивого интереса учащихся к математике и ее приложениям, расширение научного кругозора;
- расширение и углубление школьного курса математики;
- актуализация, систематизация и обобщение знаний учащихся по математике;
- формирование у учащихся понимания роли математических знаний как инструмента, позволяющего выбрать лучший вариант действий из многих возможных;

- развитие у учащихся умения самостоятельно и творчески работать с учебной и научно-популярной литературой;
- решение специально подобранных упражнений и задач, направленных на формирование приемов мыслительной деятельности;
- обучение учащихся решению учебных и жизненных проблем, способам анализа информации, получаемой в разных формах;
- формирование понятия о математических методах при решении сложных математических задач;
- формирование потребности к логическим обоснованиям и рассуждениям;
- работа с одаренными детьми в рамках подготовки к предметным олимпиадам и конкурсам;
- психологическая подготовка к ОГЭ.

Планируемые результаты:

Личностными результатами реализации программы станет формирование представлений о математике как части общечеловеческой культуры, о значимости математики в развитии цивилизации и современного общества, а также формирование и развитие универсальных учебных умений самостоятельно *определять, высказывать, исследовать и анализировать*, соблюдая самые простые общие для всех людей правила поведения при общении и сотрудничестве (этические нормы общения и сотрудничества).

Метапредметными результатами реализации программы станет формирование общих способов интеллектуальной деятельности, характерных для математики и являющихся основой познавательной культуры, значимой для различных сфер человеческой деятельности, а именно следующих универсальных учебных действий.

Регулятивные УУД:

- самостоятельно формулировать цели занятия после предварительного обсуждения.
- учиться совместно с учителем обнаруживать и формулировать учебную проблему;
- составлять план решения проблемы (задачи);
- работая по плану, сверять свои действия с целью и, при необходимости, исправлять ошибки;
- в диалоге с учителем учиться вырабатывать критерии оценки и определять степень успешности выполнения своей работы и работы всех, исходя из имеющихся критериев.

Познавательные УУД:

- ориентироваться в своей системе знаний: самостоятельно предполагать, какая информация нужна для решения той или иной задачи;
- отбирать необходимые для решения задачи источники информации среди предложенных учителем словарей, энциклопедий, справочников, интернет-ресурсов;
- добывать новые знания: извлекать информацию, представленную в разных формах (текст, таблица, схема, иллюстрация и др.);
- перерабатывать полученную информацию: сравнивать и группировать факты и явления; определять причины явлений, событий; делать выводы на основе обобщения знаний;
- преобразовывать информацию из одной формы в другую: представлять информацию в виде текста, таблицы, схемы; составлять более простой план учебно-научного текста.

Коммуникативные УУД:

- доводить свою позицию до других: оформлять свои мысли в устной и письменной речи; высказывать свою точку зрения и пытаться её обосновать, приводя аргументы;
- слушать других, пытаться принимать другую точку зрения, быть готовым изменить свою точку зрения при наличии соответствующих аргументов;
- читать вслух и про себя тексты научно-популярной литературы и при этом: вести «диалог с автором» (прогнозировать будущее чтение; ставить вопросы к тексту и искать ответы; проверять себя); отделять новое от известного; выделять главное; составлять план;
- договариваться с партнерами: выполняя различные роли в группе, сотрудничать в совместном решении проблемы (задачи);
- учиться уважительно относиться к позиции другого, учиться договариваться.

Предметными результатами реализации программы станет создание фундамента для формирования механизмов мышления, характерных для математической деятельности, а именно:

- познакомиться со способами и методами решения различных математических задач;
- освоить логические приемы, применяемые при решении задач;
- рассуждать при решении логических задач, задач на смекалку, задач на эрудицию и интуицию;
- познакомиться с историей развития математической науки, биографией известных ученых-математиков;
- расширить свой кругозор, осознать взаимосвязь математики с другими учебными дисциплинами и областями жизни;
- познакомиться с новыми разделами математики, их элементами, некоторыми правилами, а при желании самостоятельно расширить свои знания в этих областях;
- познакомиться с алгоритмом исследовательской деятельности и применять его для решения задач математики и других областей деятельности;
- приобрести опыт самостоятельной деятельности по решению учебных задач;
- приобрести опыт презентации собственного продукта.

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

7 класс

В большинстве случаев содержание занятий непосредственно следует из указанной темы конкретного занятия. Отбор тех или иных задач для рассмотрения на занятии определяется исключительно педагогом, ведущим внеурочную деятельность в соответствии с уровнем базовой математической подготовки учащихся, а также уровнем их мотивации и потенциальной одаренности. Весьма обширный список предлагаемой литературы без труда позволит педагогу наполнить занятие содержательными задачами сообразно своему вкусу и интересам учащихся.

Вместе с тем руководитель, реализующий программу внеурочной деятельности, должен придерживаться следующих основных правил:

- ✓ Нецелесообразно заниматься одной темой в течение продолжительного промежутка времени, даже в рамках одного занятия полезно иногда сменить направление деятельности, при этом необходимо постоянно возвращаться к пройденному. Это

можно делать, предлагая задачи по данной теме в устных и письменных олимпиадах и других соревнованиях.

- ✓ В каждой теме необходимо выделить несколько основных логических «вех» и добиваться безусловного понимания (а не зазубривания!) этих моментов учащимися.
- ✓ Необходимо постоянно обращаться к нестандартным и «спортивным» формам проведения занятий, не забывая при этом подробно разбирать все предлагаемые на них задания; необходимо использовать на занятиях развлекательные и шуточные задачи.

Подчеркивая, что подготовка и проведение занятий – это творческий процесс, в который вовлекается педагог, тем не менее, обратим внимание на ряд наиболее важных тем.

Нулевой цикл «Знакомство».

Очень многое в организации и успешности проведения внеурочной деятельности зависит от первого занятия. Возможна такая его структура:

- ✓ Руководитель освещает перспективы: что будет рассматриваться на занятиях, чем учащиеся будут заниматься, каково содержание и формы работы, как организуется самостоятельная работа и домашняя работа, подготовка докладов, рефератов, мини-проектов. Важно озвучить учащимся основные требования к участникам внеурочной деятельности.
- ✓ Учащимся предлагается несколько простых задач различной тематики. Для их решения не требуется ничего, кроме здравого смысла и владения простейшими вычислительными навыками; их назначение – выявление интересов учащихся (а в дальнейшем – в качестве эмоциональных разрядок).
- ✓ Второй час занятия целесообразно посвятить разбору и обсуждению этих задач, постановке домашнего задания.
- ✓ Возможно, некоторое время следует посвятить рассказу о математике, о ее значении в жизни человека, о ее связях с другими науками.

Задачи, решаемые с конца

Речь идет о методе, который используется не только при решении сюжетных задач, но и многих других. Важен сам способ рассуждений. Основные вопросы: Каким образом могла получиться конечная ситуация? Какие выводы мы можем делать из информации, которой располагаем на данный момент? Какой информацией достаточно располагать, чтобы сделать данный вывод?

Примеры задач:

- ✓ В турнире по настольному теннису участвуют 2018 спортсменов. Сколько следует провести встреч, чтобы выявить победителя?
- ✓ Трое мальчиков имеют по некоторому количеству яблок. Первый мальчик дает другим столько яблок, сколько каждый из них имеет. Затем второй мальчик дает двум другим столько яблок, сколько каждый из них теперь имеет; в свою очередь и третий дает каждому из двух других столько, сколько есть у каждого в этот момент. После этого у каждого из мальчиков оказывается по 8 яблок. Сколько яблок было у каждого мальчика в начале?

Геометрия: задачи на разрезание.

Задачами на разрезание увлекались многие ученые с древнейших времен. Решения многих задач на разрезание были найдены еще в Древней Греции и Китае. Первый

систематический трактат на эту тему принадлежит перу Абул-Вефа – персидского астролога X века. Геометры всерьез занялись решением задач на разрезание фигур на наименьшее число частей и последующее составление из них той или иной новой фигуры лишь в XX веке, прежде всего, потому, что универсального метода решения таких задач не существует и каждый, кто берется за их решение, может в полной мере проявить свою смекалку, интуицию и способность к творческому мышлению. Учитывая, что здесь не требуется глубокое знание геометрии, любители могут иногда даже превзойти профессионалов-математиков.

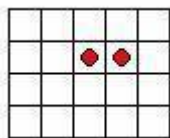
Задачи на разрезание помогают как можно раньше формировать геометрические представления у школьников на разнообразном материале. При решении таких задач возникает ощущение красоты, закона и порядка в природе.

На первом этапе рекомендуется рассмотреть задачи на клетчатой бумаге. Задачи, в которых разрезание фигур (в основном это квадраты и прямоугольники) идет по сторонам клеток.

Далее могут рассматриваться задачи, связанные с фигурами-пентамино, задачи разбиения плоскости, в которых нужно находить сплошные разбиения прямоугольников на плитки прямоугольной формы, задачи на составление паркетов, задачи о наиболее плотной укладке фигур в прямоугольнике или квадрате, задачи, в которых одна фигура разрезается на части, из которых составляется другая фигура.

Примеры задач:

- ✓ Разрежьте фигуру, изображенную на рисунке, на две равные части по линиям сетки так, чтобы в каждой из частей был кружок.



- ✓ На клетчатой бумаге нарисован квадрат размером 5*5 клеток. Придумайте, как разрезать его по линиям сетки на 7 различных прямоугольников.

Четность

Задачи, в которых используется понятие четности встречаются очень часто. Поэтому желательно познакомить школьников с подходами к решению этих задач. Задачи естественным образом разбиваются на три цикла:

1. Разбиение на пары.

Если предметы разбиты на пары, то их четное число. Следовательно, если из нечетного числа предметов образовано несколько пар, то, по крайней мере, один предмет остался без пары. Для решения таких задач нужно в каждом случае увидеть, что именно и на какие пары разбивается.

2. Чередование.

Если из предметов двух сортов образована цепочка, в которой соседние предметы разных сортов, то на всех четных местах стоят предметы одного сорта, а на всех нечетных – другого. Отсюда вывод: предметов одного сорта на один больше, чем предметов другого сорта в случае, когда длина цепочки нечетна и предметов обоих сортов поровну, тогда длина цепочки четна.

3. Чет – нечет.

Решение задач основано на простом наблюдении: сумма четного числа нечетных чисел – четна. Обобщение этого факта: четность суммы нескольких чисел зависит лишь от четности числа нечетных слагаемых: если количество нечетных слагаемых (не)четно, то и сумма – (не)четна.

Примеры задач:

- ✓ Можно ли 25 копеек разменять на 10 монет достоинством 1, 2 и 5 копеек?
- ✓ Кузнечик прыгает по прямой (вправо или влево), причем в первый раз он прыгнул на 1 см, во второй – на 2 см и т.д. Докажите, что после 2017-го прыжка он не сможет оказаться там, откуда начинал прыгать.
- ✓ Все кости выложили в ряд. На одном конце ряда оказалась пятерка. Какое число на другом конце?
- ✓ Может ли вращаться система из 11 шестеренок, если 1-я шестеренка сцеплена со 2-й, 2-я с 3-ей и т.д., а 11-я с 1-й?

Целые числа

Целые числа можно складывать, вычитать, перемножать и делить. В результате первых трех действий всегда получаются целые числа, результатом же деления может оказаться нецелое число.

Свойства «делимости нацело», или, как просто говорят, делимости, изучаются в специальной математической дисциплине – теории чисел. Сделать первые шаги в этой важной и интересной математике можно на занятиях математического кружка. На этих занятиях рассматриваются и обобщаются элементарные сведения, полученные на уроках математики в 6-м классе: определение и простейшие свойства делимости, деление с остатком, признаки делимости, наибольший общий делитель, алгоритм Евклида, взаимно простые числа, линейные уравнения с двумя неизвестными, простые числа, сравнения.

Примеры задач:

- ✓ верно ли, что если натуральное число делится на 4 и на 6, то оно делится на 24?
- ✓ число $5A$ делится на 3. Верно ли, что A делится на 3?
- ✓ число A – четно. Верно ли, что $3A$ делится на 6?
- ✓ Найдите последнюю цифру числа 2^{50} .
- ✓ Найдите остаток от деления 2^{100} на 3.
- ✓ Найдите наименьшее натуральное число A такое, что A дает остаток 1 при делении на 4, 5, и 6.
- ✓ Докажите, что сумма трех последовательных натуральных чисел делится на 3.

- ✓ Докажите, что число $abab$ не может быть точным квадратом.
- ✓ Докажите, что сумма семи последовательных чисел не может быть простым числом.

Примеры и конструкции. Примеры задач:

- ✓ Известно, что числа A и B таковы, что $A+B$ и $3A+2B$ – положительны. Может ли число а) $5A+4B$ в) $2A+3B$ быть отрицательным?
- ✓ Можно ли выписать в ряд числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 так, чтобы сумма любых трех чисел, идущих подряд, была бы не больше 15?
- ✓ В спортивном состязании «Веселые старты» участвовали команды двух школ. Соревнование состояло из нескольких конкурсов. За победу в конкурсе команда получала три очка, за «ничью» – два очка, за поражение – одно очко. С каким счетом могло и с каким счетом не могло закончиться состязание
а) 23:20; в) 17:17; с) 24:16; д) 17:15?

- ✓ К празднику каждый из учащихся класса поздравил открыткой одного или нескольких друзей своего класса, причем поздравление получил каждый. Могло ли случиться так, что все учащиеся получили разное число открыток?

Взвешивания. Поиск предмета.

Почти во всех книгах по занимательной математике встречаются задачи, в которых требуется либо упорядочить предметы по массе, либо обнаружить фальшивую монету за указанное число взвешиваний на чашечных весах без гирь. Однако в последнее время подобные задачи привлекли внимание не только любителей головоломок, но и специалистов-математиков. За внешне несерьезными формулировками этого вида задач скрываются идеи, приводящие к большим и бурно развивающимся разделам современной математики – теории информации и кодирования, теории планирования эксперимента и т.п.

Примеры задач:

- ✓ Имеется 8 монет. Одна из них фальшивая и легче настоящей монеты. Определите за 2 взвешивания какая из монет фальшивая.
- ✓ Мачеха послала Золушку на рынок. Дала ей девять монет: из них 8 настоящих, а одна фальшивая – она легче чем настоящая. Как найти ее Золушке за два взвешивания?
- ✓ У Буратино есть 27 золотых монет. Но известно, что Кот Базилио заменил одну монету на фальшивую, а она по весу тяжелее настоящих. Как за три взвешивания на чашечных весах без гирь Буратино определить фальшивую монету?
- ✓ Подберите массы четырех гирь так, чтобы ими можно было отмерить на чашечных весах любое число граммов от 1 до 40 (гири можно класть на обе чашки).
- ✓ Вы хотите узнать семизначный номер моего телефона, задавая мне вопросы, на которые я буду отвечать только «да» или «нет». Придумайте способ, гарантирующий успех за наименьшее число вопросов.

Принцип Дирихле

При решении многих задач используются сходные между собой приемы рассуждений. Очевидно, что если в каждую клетку разрешается посадить не более одного зайца, то разместить 6 зайцев в 5-ти клетках не удастся и вообще, ни для какого натурального n не удастся разместить $n+1$ зайцев в n клетках. Можно сказать иначе: если в n клетках находится $n+1$ зайцев, то найдется клетка, в которой сидит не менее двух зайцев.

Сформулированное выше утверждение о зайцах-клетках имеет следующий математический смысл: при любом отображении множества A , содержащего $n+1$ элементов в множество B , содержащее n элементов, найдутся два элемента множества A , имеющие один и тот же образ. Это утверждение называется принципом Дирихле.

Принцип Дирихле, несмотря на всю простоту и очевидность очень часто используется при доказательстве теорем и решении задач.

При разборе задач полезно четко разделять доказательство на поиск «зайцев» и «клеток», на дополнительные соображения и, наконец, на применение принципа Дирихле.

Примеры задач:

- ✓ В классе 30 человек. В диктанте Саша Иванов сделал 13 ошибок, а остальные меньше. Докажите, что по крайней мере три ученика сделали ошибок поровну (может быть, по 0 ошибок).
- ✓ Докажите, что если прямая a , расположенная в плоскости треугольника ABC не проходит ни через одну из его вершин, то она не может пересечь все три стороны треугольника.
- ✓ Выберем произвольным образом 5 человек. Докажите, что по крайней мере двое из них имеют одинаковое число знакомых среди выбранных.

Логические задачи.

Среди задач на сообразительность особый интерес представляют логические задачи. Если для решения задачи требуется лишь логически мыслить и совсем не нужно производить арифметические выкладки, то такую задачу обычно называют логической. При решении подобных задач решающую роль играет правильное построение цепочки точных, иногда очень точных рассуждений.

На первом этапе целесообразно рассмотреть три широко распространенных типа логических задач:

1. Задачи, в которых на основании серии посылок, сообщающих те или иные сведения о действующих лицах, требуется сделать определенные выводы.
2. Задачи о «мудрецах».
3. Задачи о лжецах и тех, кто всегда говорит правду. Примеры задач:
 - ✓ Петя, Вася и Миша имеют фамилии Орлов, Соколов и Ястребов. Какую фамилию имеет каждый мальчик, если Вася, Миша и Соколов – члены математического кружка, а Миша и Ястребов занимаются музыкой?
 - ✓ На острове живут только рыцари, которые всегда говорят правду и лжецы, которые всегда лгут. Человек А говорит: «Я лжец». Является ли он жителем этого острова?
 - ✓ Петина мама сказала; «Все чемпионы хорошо учатся». Петя говорит: «Я хорошо учусь, значит я чемпион». Правильно ли он рассуждает?

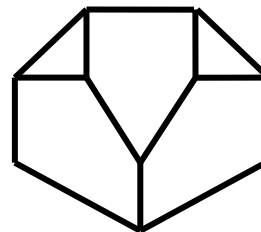
Графы

Теория графов находит свое применение в различных областях современной математики и ее многочисленных приложений, особенно экономике. Решение многих математических задач упрощается, если удастся использовать графы. Представление данных в виде графа придает им наглядность. Многие доказательства также упрощаются, приобретают убедительность, если воспользоваться графами, особенно это относится к комбинаторике. Понятие графа должно появиться на занятии после того, как разобрано несколько задач, решающее соображение в которых – графическое изображение условия.

Первая и главная цель, которую нужно преследовать, занимаясь графами, - научить школьников видеть граф в условии задачи и грамотно переводить это условие на язык теории графов. Кроме того, важно, чтобы учащиеся правильно применяли теорему о четности числа нечетных вершин графа, понимали, что такое компонента связности и умели пользоваться критерием Эйлера.

Примеры задач:

- ✓ Изобразите на плоскости несколько «графов», соединенных непересекающимися дорогами так, чтобы из каждого города выходило k дорог, где а) $k=3$, б) $k=4$, в) $k=5$.
- ✓ В государстве 100 городов, а из каждого из них выходит 4 дороги. Сколько всего дорог в государстве?
- ✓ Можно ли погулять по парку, перелезая через каждый забор ровно один раз?



Комбинаторика

В последние годы необычайно возросла роль комбинаторных методов не только в самой математике, но и в ее многочисленных приложениях: физике, химии, биологии, лингвистике, технике, экономике. Поэтому важно как можно раньше начать знакомить учащихся с комбинаторными методами и комбинаторными подходами. Изучение этой темы способствует развитию у учащихся «комбинаторного» мышления. Главная цель, которую должен преследовать педагог при разборе и решении этих задач – осознанное понимание школьниками в какой ситуации при подсчете вариантов. следует перемножать, а в какой – складывать. Для этого следует демонстрировать учащимся комбинаторные методы на большом количестве простых и конкретных примеров, продвигаясь вперед осторожно и постепенно. Не следует переходить к введению понятий «размещение» и «перестановки» пока это правило не освоено всеми учащимися.

Примеры задач:

- ✓ Сколько существует трехзначных чисел, в записи которых цифры 1, 2, 3 встречаются ровно по одному разу?
- ✓ Сколько можно составить двузначных чисел из нечетных цифр, если каждую из этих цифр использовать в записи чисел только один раз?
- ✓ Сколькими способами можно раскрасить а) таблицу 1×3 в два цвета? б) таблицу 2×2 в два цвета? в) таблицу 2×2 в три цвета?
- ✓ Сколькими способами можно разложить 5 разных предметов в три кармана?
- ✓ При встрече 5 человек обменялись рукопожатиями. Сколько было сделано рукопожатий?

Комбинаторная геометрия.

Комбинаторная геометрия – одна из самых красивых областей математики. Простота формулировок в ней часто сочетается со сложностью и неожиданностью решений.

Примеры задач:

- ✓ Можно ли расположить на плоскости шесть точек так, чтобы любые три из них являлись вершинами равнобедренного треугольника?
- ✓ На плоскости отметили 2018 точек. Существует ли прямая, по обе стороны от которой лежат ровно по 1009 точек?
- ✓ Плоскость раскрашена в два цвета. Докажите, что найдутся две одного цвета на расстоянии 1.
- ✓ Прямая раскрашена в два цвета. Докажите, что существует отрезок, обо конца и середина которого окрашены в один цвет.
- ✓ На прямой дано несколько отрезков, каждые два из которых пересекаются. Докажите, что все отрезки имеют общую точку.

Игры

На занятиях внеурочной деятельности рассматриваются так называемые «конечные игры с полной информацией», теория которых проста и доступна школьникам. На занимательном материале учащиеся знакомятся с такими важными понятиями теории игр, как «стратегия» и «выигрышная стратегия», а также на простом и наглядном примере «изоморфизма игр» - с важнейшим для всей математики понятием изоморфизм. Поиск выигрышной стратегии требует настойчивости и упорства в достижении поставленной цели, развивает логические, комбинаторные и вычислительные способности учащихся.

Первый класс игр – игры-шутки. Это игры, исход которых не зависит от того, как играют соперники. Игры-шутки позволяют снять напряжение и усталость, дают школьникам возможность переключиться от напряженной творческой работы. Целесообразно предлагать их по одной после разбора трудного материала. Полезно перед решением, дать школьникам возможность поиграть друг с другом.

Задачи – игры весьма содержательны. При изложении их решения, необходимо, во-первых, грамотно сформулировать стратегию, а во-вторых, доказать, что она, действительно, ведет к выигрышу. Поэтому, задачи-игры чрезвычайно полезны для развития речевой математической культуры и четкого понимания того, что значит решить задачу.

На занятиях кружка мы знакомимся с двумя методами выигрышной тактики для одной из сторон (выигрышной стратегии): «анализ с конца» и «поиск симметрии».

Примеры задач:

- ✓ В коробке лежит 21 спичка. Двое по очереди вынимают из него 1, 2, 3 или 4 спички. Выигрывает тот, кто возьмет последнюю спичку. Кто выигрывает при правильной игре – начинающий или его партнер? И как для этого ему нужно играть?
- ✓ Имеется две кучки конфет. В первой 7 конфет, во второй – 5. За один ход разрешается взять любое количество конфет, но из одной кучки. Проигрывает тот, кому нечего брать. Кто выигрывает при правильной игре – начинающий или его партнер? И как для этого ему надо играть?

Инвариант

Мы вводим величину, обладающую замечательными свойствами – она не меняется при разрешенных в условии операциях (как не меняется количество при их размене). Такая величина и называется инвариантом.

Зачем же нам изучать такую неменяющуюся величину? Какой в ней толк? Оказывается, толк есть. Если мы знаем, что данная величина – инвариант, то мы можем делать выводы о том, чего *не может* произойти с данными в условии задачи объектами (при размене денег их количество не может увеличиться).

Примеры задач:

- ✓ На доске записано 10 «+» и 15 «-». Разрешается стереть любые два знака и написать вместо них «+», если они одинаковы, и «-» в противном случае. Какой знак останется на доске после выполнения двадцати четырех таких операций?
- ✓ В некотором государстве было 10 банков. С момента «перестройки общества» все захотели стать банкирами. Но, по закону, открывать новый банк можно только путем деления уже существующего банка на 4 новых. Через некоторое время министр финансов сообщил, что в стране действует 2018 банков, после чего был немедленно уволен за некомпетентность. Что не понравилось президенту?

Неравенства. Высокие степени

На этом занятии мы будем сравнивать между собой числа. Традиционным будет вопрос: «Какое из двух чисел больше?»

Примеры задач:

- ✓ Какое число больше 2^{300} или 3^{200} ?
- ✓ Какое число больше $2^{100} + 3^{100}$ или 4^{100} ?

- ✓ Какое число больше $1^{100} + 2^{100} + 3^{100} + \dots + 99^{100}$ или 100^{100} ?

Принцип крайнего

Принцип крайнего – метод решения, состоящий в том, что надо сначала выбрать что-нибудь *самое-самое*: самое большое число, самую удаленную точку и т.д.

Примеры задач:

- ✓ В вершинах 100-угольника расставили числа так, что каждое из них есть среднее арифметическое чисел, стоящих в двух соседних вершинах. Докажите, что все числа равны.
- ✓ На гранях кубика написаны числа 1, 2, 3, 4, 5, 6. Докажите, что найдутся две соседние грани такие, что разность чисел, написанных на них, больше 3.

8-9 класс

➤ **Модуль «Числа. Тождественные преобразования»**

Конечные и бесконечные десятичные дроби. Представление рационального числа десятичной дробью. Сравнение иррациональных чисел.

Законы арифметических действий.

Разложение многочлена на множители: группировка, применение формул сокращенного умножения. Квадратный трехчлен, разложение квадратного трехчлена на множители.

Алгебраическая дробь. Допустимые значения переменных в дробно-рациональных выражениях. Сокращение алгебраических дробей. Приведение алгебраических дробей к общему знаменателю. Действия с алгебраическими дробями: сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в степень.

Преобразование выражений, содержащих знак модуля.

Преобразование выражений, содержащих квадратные корни: внесение множителя под знак корня.

➤ **Модуль «Уравнения»**

Представление о равносильности уравнений и уравнениях-следствиях. Область определения уравнения (область допустимых значений переменной).

Методы решения уравнений: методы равносильных преобразований, метод замены переменной, графический метод. Использование свойств функций при решении уравнений.

Линейное уравнение с параметром. Количество корней линейного уравнения. Решение линейных уравнений с параметром.

Теорема Виета. Теорема, обратная теореме Виета. Решение квадратных уравнений: графический метод решения, разложение на множители, подбор корней с использованием теоремы Виета. Количество корней квадратного уравнения в зависимости от его дискриминанта. Биквадратные уравнения. Уравнения, сводимые к линейным и квадратным. Квадратные уравнения с параметром.

Решение дробно-рациональных уравнений.

Прямая как графическая интерпретация линейного уравнения с двумя переменными.

Методы решения систем линейных уравнений с двумя переменными: графический метод, метод сложения.

Системы линейных уравнений с параметром.

➤ **Модуль «Неравенства»**

Представление о равносильности неравенств. Область определения неравенства (область допустимых значений переменной).

Квадратное неравенство и его решения. Решение квадратных неравенств: использование свойств и графика квадратичной функции, метод интервалов. Запись решения квадратного неравенства.

Решение целых и дробно-рациональных неравенств методом интервалов.

Решение систем неравенств с одной переменной: квадратных, дробно-рациональных.

Неравенство с двумя переменными. Представление о решении линейного неравенства с двумя переменными. Графическая интерпретация неравенства с двумя переменными. Графический метод решения систем неравенств с двумя переменными.

➤ **Модуль «Функции и их графики»**

Нахождение коэффициентов линейной функции по заданным условиям: прохождение прямой через две точки с заданными координатами, прохождение прямой через данную точку и параллельной данной прямой.

Построение графика квадратичной функции по точкам. Нахождение множества значений, промежутков знакопостоянства, промежутков монотонности.

Представление об асимптотах. Непрерывность функции и точки разрыва функции. Кусочно-заданные функции. Преобразование графика функции: параллельный перенос, симметрия, растяжение/сжатие, отражение. Свойства функций: четность/нечетность.

➤ **Модуль «Текстовые задачи»**

Типы задач. Методы и способы решения задач. Основные способы моделирования задач. Составления плана решения задач. Равномерное движение. Задачи на движение по реке, суше, воздуху. Задачи на определение средней скорости движения. Задачи «на совместную работу». Основная формула процентов. Простые и сложные проценты. Средний процент изменения величины. Общий процент изменения величины. Процентные вычисления в жизненных ситуациях. Концентрация вещества. Процентное содержание вещества. Количество вещества. Разноуровневые задачи на смеси, сплавы, растворы. Практико-ориентированные задачи.

➤ **Модуль «Комбинаторика. Теория вероятностей»**

Представление событий с помощью диаграмм Эйлера. Противоположные события, объединение и пересечение событий. Правило сложения вероятностей. Случайный выбор. Представление эксперимента в виде дерева. Независимые события. Умножение вероятностей независимых событий. Последовательные независимые испытания.

Случайный выбор точки из фигуры на плоскости, отрезка и дуги окружности. Случайный выбор числа из числового отрезка.

Правило умножения, перестановки, факториал числа. Сочетания и число сочетаний. Формула числа сочетаний. Треугольник Паскаля и бином Ньютона. Опыты с большим числом равновозможных элементарных событий. Вычисление вероятностей в опытах с применением комбинаторных формул. Испытания Бернулли. Успех и неудача. Вероятности событий в серии испытаний Бернулли.

Знакомство со случайными величинами на примерах конечных дискретных случайных величин. Распределение вероятностей. Математическое ожидание. Свойства математического ожидания.

➤ **Модуль «Планиметрия. Многоугольники»**

Треугольники. Различные способы нахождения площади треугольника. Свойства площадей. Основные соотношения в прямоугольном треугольнике. Решение прямоугольных треугольников. Тригонометрические функции тупого угла. Теорема синусов. Теорема косинусов. Решение треугольников.

Подобие. Теорема Фалеса. Пропорциональные отрезки, подобие фигур. Подобные треугольники. Признаки подобия. Свойства площадей подобных треугольников.

Четырехугольники. Связь квадратов диагоналей параллелограмма и квадратов его сторон. Различные формулы для нахождения площадей четырехугольников. Правильные многоугольники.

➤ **Модуль «Планиметрия. Окружности и векторы»**

Окружность. Углы в окружности. Теорема об отрезках пересекающихся хорд. Касательная и секущая к окружности, их свойства. Длина окружности и дуги. Площадь круга, сегмента и сектора. Взаимное расположение двух окружностей.

Вписанная и описанная окружности. Замечательные точки в треугольнике. Внеписанные окружности.

Векторы и метод координат. Разложение вектора на составляющие, скалярное произведение. Координаты вектора, расстояние между точками. Координаты середин отрезка. Уравнения фигур. Свойства и признаки перпендикулярности. Применение векторов и координат для решения простейших геометрических задач.

9 класс

➤ **«Числа. Преобразования»**

Делимость натуральных чисел. Простые и составные числа, разложение натурального числа на простые множители. Признаки делимости. Теорема о делении с остатком. Взаимно простые числа. Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное. Простые числа. Выражения, включающие арифметические операции. Выражения, содержащие возведение в степень. Свойства степени. Выражения, содержащие корни натуральной степени. Квадратный корень из квадрата разности двух чисел. Модуль числа. Сравнение действительных чисел.

➤ **«Уравнения»**

Уравнения в целых числах. Рациональные и дробные уравнения. Уравнения, содержащие модуль. Иррациональные уравнения. Нестандартные способы решения уравнений. Исследование квадратного уравнения.

➤ **«Неравенства»**

Доказательство неравенств:

Модуль суммы меньше или равен сумме модулей. Сумма взаимнообратных положительных чисел не меньше 2. Среднее геометрическое не больше среднего арифметического положительных чисел. Метод интервалов. Рациональные неравенства. Неравенства, содержащие модуль. Иррациональные неравенства.

➤ **«Функции. Координаты и графики»**

Функции (линейная, обратно-пропорциональная, квадратичная и др.), их свойства и графики. «Считывание» свойств функции по её графику. Анализирование графиков,

описывающих зависимость между величинами. Установление соответствия между графиком функции и её аналитическим заданием. Построение графиков функций и зависимостей, содержащих знак модуля. Графики уравнений.

➤ «Текстовые задачи»

Типы задач. Методы и способы решения задач. Основные способы моделирования задач. Составления плана решения задач. Равномерное движение. Задачи на движение по реке, суше, воздуху. Задачи на определение средней скорости движения. Задачи «на совместную работу». Основная формула процентов. Простые и сложные проценты. Средний процент изменения величины. Общий процент изменения величины. Процентные вычисления в жизненных ситуациях. Банковские операции. Задачи, связанные с банковскими расчётами. Концентрация вещества. Процентное содержание вещества. Количество вещества. Разноуровневые задачи на смеси, сплавы, растворы. Задачи на «оптимальное решение».

➤ «Комбинаторика. Теория вероятностей»

Множества и комбинаторика. Множество. Элемент множества, подмножество. Объединение и пересечение множеств. Диаграммы Эйлера. Примеры решения комбинаторных задач: перебор вариантов, правило произведения. Перестановки, размещения, сочетания. Решение комбинаторных задач.

Теория вероятностей. Решение вероятностных задач с помощью комбинаторики. Геометрическая вероятность. Решение задач на нахождение статистических характеристик, работа со статистической информацией, задач на нахождение вероятности случайного события.

Статистические данные. Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков. Средние результатов измерений. Понятие о статистическом выводе на основе выборки. Понятие и примеры случайных событий. Табличное и графическое представление данных. Числовые характеристики рядов данных.

➤ «Планиметрия»

Треугольники. Различные способы нахождения площади треугольника. Свойства площадей. Основные соотношения в прямоугольном треугольнике. Решение прямоугольных треугольников. Свойства площадей подобных треугольников.

Четырёхугольники. Связь квадратов диагоналей параллелограмма и квадратов его сторон. Различные формулы для нахождения площадей четырёхугольников. Правильные многоугольники.

Окружность. Углы в окружности. Теорема об отрезках пересекающихся хорд. Свойства касательных. Вписанная и описанная окружности. Длина окружности и дуги. Площадь круга, сегмента и сектора. Векторы. Основные формулы. Свойства. Угол между векторами. Скалярное произведение векторов. Метод координат. Теорема синусов, теорема косинусов. Решение треугольников.

➤ «Последовательности»

Метод математической индукции. Задачи на свойство числовых последовательностей. Задачи на арифметическую прогрессию. Задачи на геометрическую прогрессию. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия, несколько способов обращения периодической десятичной дроби в обыкновенную.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

7 класс

№ п/п	Тема занятия	Количество часов		Формы проведения	ЭОР
		68 часов	34 часа		
1	Нулевой цикл. Знакомство	2	1	Беседа	
2	Задачи, решаемые с конца	2	1	Обсуждение практикум	https://resh.edu.ru/?%29
3	Геометрия. Задачи на разрезание	2	1	Исследовательская работа	http://fcior.edu.ru
4	Четность	4	2	Практикум соревнование	http://fcior.edu.ru
5	Целые числа	4	2	Обсуждение практикум	https://resh.edu.ru/?%29
6	Примеры и конструкции «можно – нельзя»	2	1	Обсуждение моделирование	http://www.shevkin.ru/
7	Повторение. Математическое соревнование	2	1	Игра	www.uztest.ru
8	Четность	2	1	Обсуждение практикум	http://www.shevkin.ru/
9	Взвешивание. Поиск предмета.	2	1	Исследовательская работа	http://www.shevkin.ru/
10	Принцип Дирихле	4	2	Беседа практикум	https://resh.edu.ru/?%29
11	Логические задачи	2	1	Исследовательская работа	http://www.shevkin.ru/
12	Графы	4	2	Обсуждение практикум	https://resh.edu.ru/?%29
13	Элементы комбинаторики	4	2	Исследовательская работа	http://ptlab.mcme.ru/
14	Повторение. Математическое соревнование	2	1	Игра	www.uztest.ru
15	Комбинаторная геометрия	2	1	Исследовательская работа	http://ptlab.mcme.ru/

16	Принцип Дирихле	4	2	Обсуждение конструирование	https://resh.edu.ru/?%29
17	Игры	4	2	Исследовательская работа	http://www.shevkin.ru/
18	Элементы комбинаторики	2	1	Обсуждение практикум	http://ptlab.mcsme.ru/
19	Инвариант	4	2	Беседа практикум	https://resh.edu.ru/?%29
20	Целые числа	4	1	Обсуждение проектная работа	http://www.shevkin.ru/
21	Неравенства	2	1	Беседа практикум	http://www.shevkin.ru/
22	Принцип крайнего	2	1	Беседа практикум	http://www.shevkin.ru/
23	Повторение	2	1	Практикум обсуждение	http://www.shevkin.ru/
24	Итоговая олимпиада	2	2	Олимпиада	https://math.ru/
25	Заключительное занятие	2	1	Игра обсуждение	https://math.ru/
	Итого:	68	34		

8-9 класс

Варианты конструирования учебного плана внеурочной деятельности

Программа построена по модульному принципу. Количество модулей представлено чрезвычайно широким спектром (8 модулей, каждый разработан на 11 часов и 16 часов) и является избыточным по отношению к количеству часов внеурочной деятельности. Так, для наполнения учебного плана внеурочной деятельности на 34 часа необходимо выбрать любые три модуля по 11 часов плюс итоговое занятие 1 час или два модуля по 16 часов плюс итоговое занятие 2 часа; для наполнения учебного плана внеурочной деятельности на 68 часов необходимо выбрать любые шесть модулей по 11 часов и 2 часа итоговое занятие или четыре модуля по 16 часов, в этом случае на итоговое занятие остается 4 часа или любой другой комплект из предложенного перечня модулей.

Таким образом, учителю предоставляется возможность определять содержание внеурочной деятельности согласно образовательным потребностям учащихся, уровню освоения школьного курса математики (базовый, повышенный), УМК, по которому идет обучение математике.

Варианты формирования учебного плана

План внеурочной деятельности на **34 часа**

№ п\п	Название модуля	Количество часов	
1	Модуль №1	11	16
2	Модуль №2	11	16
3	Модуль №3	11	-

4	Итоговое занятие	1	2
Итого		34	34

План внеурочной деятельности на 68 часов

№ п\п	Название модуля	Количество часов	
1	Модуль №1	11	16
2	Модуль №2	11	16
3	Модуль №3	11	16
4	Модуль №4	11	16
5	Модуль №5	11	-
6	Модуль №6	11	-
7	Итоговое занятие	2	4
Итого		68	68

№ п\п	Название модуля	Количество часов	ЭОР
1	Числа. Преобразования	4	https://resh.edu.ru/subject/16/9/
2	Уравнения	4	https://resh.edu.ru/subject/16/9/
3	Неравенства	4	https://resh.edu.ru/subject/16/9/
4	Функции. Координаты и графики	4	https://resh.edu.ru/subject/16/9/
5	Текстовые задачи	5	https://resh.edu.ru/subject/16/9/
6	Комбинаторика. Теория вероятностей	4	https://resh.edu.ru/subject/16/9/
7	Планиметрия	5	https://resh.edu.ru/subject/17/
8	Последовательности	3	https://resh.edu.ru/subject/16/9/
9	Итоговое занятие	1	
Итого		34	

УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН
внеурочной деятельности
(Набор модулей для наполнения учебного плана)

№ п/п	Содержание учебного материала	Кол-во часов	В том числе		Формы занятий	ЭОР
			лекции	практикум		
1.	Модуль «Числа. Тожественные преобразования»	11/16	3/5	8/11		
1.1.	Множество действительных чисел	4/6	1/2	3/4	Мини-лекция, практикум, игра	https://resh.edu.ru/?%29
1.2.	Преобразования целых и дробно-рациональных выражений	4/6	1/2	3/4	Мини-лекция, практикум, обсуждение	http://fcior.edu.ru
1.3.	Преобразования	3/4	1/1	2/3	Практикум,	https://ege.sdangia.

	выражений, содержащих знак модуля или квадратные корни				консультация, работа с бланками ГИА	ru/?r
2.	Модуль «Уравнения»	11/16	4/5	7/11		
2.1.	Линейное уравнение и его корни	2/3	1/1	1/2	Мини-лекция, практикум	http://fcior.edu.ru
2.2.	Квадратное уравнение и его корни	4/5	1/2	3/3	Мини-лекция, практикум, обсуждение	http://www.fipi.ru/
2.3.	Дробно-рациональные уравнения	2/4	1/1	1/3	Практикум	http://fcior.edu.ru
2.4.	Системы уравнений	3/4	1/1	2/3	Занятие- обсуждение, консультация, исследовательск ая работа, работа с бланками ГИА	http://fcior.edu.ru
3.	Модуль «Неравенства»	11/16	3/6	8/10		
3.1.	Квадратные неравенства и их системы	3/4	1/2	2/2	Мини-лекция, практикум	https://ege.sdangia.ru/?r
3.2.	Неравенства с двумя переменными и их системы	3/4	1/2	2/2	Практикум, занятие- обсуждение	http://fcior.edu.ru
3.3.	Метод интервалов	5/8	1/2	4/6	Обзорная лекция, практикум, консультация, работа с бланками ГИА	https://resh.edu.ru/?%29
4.	Модуль «Функции и их графики»	11/16	3/5	8/11		
4.1.	Линейная функция	3/4	1/1	2/3	Мини-лекция, практикум	http://fcior.edu.ru
4.2.	Квадратичная функция	4/6	1/2	3/4	Практикум, занятие- конструирование	http://fcior.edu.ru
4.3.	Графики функций	4/6	1/2	3/4	Занятие- обсуждение, диалог, игра, консультация, работа с бланками ГИА	https://resh.edu.ru/?%29
5.	Модуль «Текстовые	11/16	4/4	7/12	Практикум, игра	

	задачи»					
5.1.	Задачи «на движение»	2/3	1/1	1/2	Практикум, игра	https://resh.edu.ru/?%29
5.2.	Задачи «на совместную работу»	2/3	1/1	1/2	Практикум, игра	http://fcior.edu.ru
5.3.	Процентные вычисления в жизненных ситуациях	2/3	1/1	1/2	Практикум, занятие-конструирование	http://fcior.edu.ru
5.4.	Задачи на смеси, сплавы, растворы	2/3	1/1	1/2	Практикум, занятие-конструирование	http://www.fipi.ru/
5.5.	Практико-ориентированные задачи	3/4	-/-	3/4	Занятие-обсуждение, консультация, работа с бланками ГИА	https://ege.sdangia.ru/?r
6.	Модуль «Комбинаторика. Теория вероятностей»	11/16	4/5	7/11		
6.1.	Случайные события, геометрическая вероятность	4/6	1/2	3/4	Занятие-обсуждение, практикум, мини-лекция, игра	http://ptlab.mccme.ru/
6.2.	Элементы комбинаторики	5/6	2/2	3/4	Занятие-обсуждение, мини-лекция, игра, консультация, работа с бланками ГИА	http://ptlab.mccme.ru/
6.3.	Случайные величины	2/4	1/1	1/3	Обзорная лекция, практикум	http://ptlab.mccme.ru/
7.	Модуль «Планиметрия. Многоугольники»	11/16	4/5	7/11		
7.1.	Треугольники	4/5	2/2	2/3	Обзорная лекция, практикум	http://www.fipi.ru/
7.2.	Подобие	3/5	1/2	2/3	Практикум, занятие-конструирование	https://resh.edu.ru/?%29
7.3.	Четырехугольники	2/3	1/1	1/2	Практикум, мини-проект	http://www.fipi.ru/
7.4.	Задачи повышенной	2/3	-/-	2/3	Практикум,	https://ege.sdangia.ru/

	сложности				консультация, работа с бланками ГИА	ru/?r
8.	Модуль «Планиметрия. Окружности и векторы»	11/16	3/3	8/13		
8.1.	Окружность	4/4	1/1	3/3	Мини-лекция, занятие- конструирование	https://resh.edu.ru/?%29
8.2.	Вписанные и описанные окружности	4/4	1/1	3/3	Практикум, занятие- обсуждение, мини-проект	https://ege.sdamgia.ru/?r
8.3.	Векторы и координаты на плоскости	3/3	1/1	2/2	Занятие- обсуждение, консультация, работа с бланками ГИА	https://ege.sdamgia.ru/?r
8.4.	Задачи повышенной сложности	-/5	-/-	-/5		https://ege.sdamgia.ru/?r
	Итоговое занятие	1/2	-/-	1/2	Круглый стол	